PHÂN TUYỂN HỌC SINH LỚP 6

Vũ Lê Thế Anh, Đinh Lâm Kiều Phương, Dương Anh Kiệt

Người hướng dẫn: *Cấn Trần Thành Trung*

09 tháng 08 năm 2016

Mục lục

Lời mở đầu

"Genius without education is like silver in the mine."
("Thiên tài không có giáo dục cũng giống như bạc trong mỏ.")

Benjamin Franklin

Giáo dục từ lâu đã luôn có ý nghĩa đặc biệt quan trọng, làm nền móng cho sự phát triển của mỗi người về nhân cách và văn hóa, để rồi từ đó thúc đẩy sự phát triển hưng thịnh của đất nước. Một trong những vấn đề quan trọng nhất của giáo dục chính là tạo ra một môi trường học tập tốt nhất cho các em học sinh, chủ yếu thường xét đến trường học. Nhìn chung, trường học cần phản ánh thực tế xã hội, vừa đủ cạnh tranh để mỗi em phát triển bản thân mình mà cũng vừa đủ công bằng để các em có thể sử dụng hết tiềm năng bản thân.

Điều này không phải chỉ được thực hiện ở những năm Trung học Phổ thông khi các em đã đủ trưởng thành về mặt tư tưởng mà còn cần được thực hiện ngay từ những bước chân đầu tiên của các em vào ngưỡng cửa trường học. Nếu các em chưa đủ cái tôi cá nhân để quyết định con đường học tập của mình thì chúng ta, Bộ Giáo dục và các quý phụ huynh phải là kim chỉ nam để dẫn lối cho các em theo hướng đúng đắn.

Cụ thể, phương pháp thi xét tuyển đầu vào lớp 6 trước đây đã kéo theo nhiều hệ lụy: chênh lệch chất lượng giữa các trường dẫn đến việc chạy trường, thưa kiện, gây nên áp lực cho phụ huynh, học sinh cũng như làm mất tính công bằng trong xã hội. Vì vậy, những năm gần đây, Bộ Giáo dục đã áp dụng cách phân tuyến cho học sinh lớp 6, trừ một số trường vẫn còn đặc quyền tuyển sinh riêng.

Tuy nhiên, điều này lại tạo nên một vấn đề mới: phân tuyến như thế nào cho phù hợp với các học sinh vào lớp 6? Một kế hoạch phân tuyến phù hợp phụ thuộc vào rất nhiều yếu tố: địa bàn trường tiểu học cũ, địa bàn cư trú của học sinh, chỉ tiêu các trường, số lượng học sinh, mong muốn của gia đình và bản thân các em cũng như là điều kiện tài chính,... Nhóm chúng tôi đã cố gắng xây dựng một mô hình tối ưu để xác định chỉ tiêu của những trường trung học cơ sở (THCS) trên địa bàn địa phương cũng như sắp xếp từng học sinh vào trường thích hợp theo một số yếu tố quyết định cơ bản.

Để giải quyết bài toán này, nhiệm vụ cần hoàn thành đầu tiên là xác định rõ yếu tố nào cần được tối ưu khi phân tuyến, và liệu có thể tối ưu các yếu tố khác sau hay song song với yếu tố đó hay không?

Thiết nghĩ, trong các yếu tố kể trên, yếu tố đóng vai trò quan trọng phần nhiều chính là khoảng cách. Việc tối ưu hóa khoảng cách sẽ giúp dẫn đến nhiều ảnh hưởng tích cực. Đơn cử là thời gian di chuyển, việc rút ngắn tổng quãng đường di chuyển của tất cả học sinh sẽ giúp tiết kiệm một lượng lớn thời gian quý giá của các em. Hoặc một số kết quả thuận lợi khác là giảm chi phí vận chuyển, gián tiếp bảo vệ môi trường, … Do đó, tiêu chí đầu tiên khi lập mô hình phân tuyến là giảm quãng đường mà các em học sinh phải đi đến tối thiểu, dựa trên địa bàn trường tiểu học cũ, địa bàn cư trú của học sinh, số lượng học sinh tốt nghiệp lớp 5 và chỉ tiêu tối đa của những trường THCS.

Bên cạnh đó, như đã nêu ở trên, một trong những mục tiêu mà mô hình này đang nhắm đến là giảm thiểu những bất công trong xã hội như vấn đề chạy trường. Đây là một vấn đề phức tạp vì nó xuất phát từ tâm lý quan tâm, lo lắng và muốn tạo điều kiện tốt nhất cho con mình của các quý phụ huynh, thậm chí đến mức cực đoan. Với vai trò là người lãnh đạo đứng đầu, có quyền quyết định và kiểm soát, đối mặt với vấn đề này, phương hướng mà chúng tôi đề nghị là sự cân bằng chất lượng đầu vào của các trường, cũng như cân bằng về cơ sở vật chất và trình độ chuyên môn của trường. Nói tóm gọn, mục tiêu tiếp theo là việc sắp xếp học sinh sao cho cân bằng chất lượng đầu vào của các trường. Mục tiêu này cũng có thể giải quyết song song với vấn đề khoảng cách.

Mô hình đầu tiên của chúng tôi liên quan đến việc xem xét mức độ phù hợp của từng học sinh một với từng trường THCS một dựa trên các tiêu chí về khoảng cách, độ yêu thích, điều kiện kinh tế, … và sau đó tìm cách sắp xếp sao cho tổng các độ phù hợp đó là lớn nhất dựa trên các thuật toán về đồ thị. Tuy nhiên ý tưởng này đã gặp phải vấn đề ở độ phức tạp và số lượng lớn thông tin mà nó cần xử lý, có thể dẫn đến không thể giải được.

Mô hình tiếp theo của chúng tôi theo hướng đơn giản hóa. Chúng tôi không xét riêng từng học sinh nữa mà phân các học sinh theo từng nhóm, cụ thể là các học sinh cùng trường TH hoặc chi tiết hơn là các học sinh đạt loại Giỏi của một trường TH. Bằng việc sử dụng quy hoạch tuyến tính là chủ yếu cùng với các công cụ toán học cũng những thông tin từ các nguồn chính thống, bài viết dưới đây chúng tôi xin đề xuất mô hình toán học này để giải quyết hai vấn đề đặt ra ở trên, kèm theo đó là các ví dụ áp dụng cả giả sử và thực tế.

Cảm ơn mọi người.

Đặt vấn đề

Xét một khu vực có m trường trung học cơ sở (THCS) và n trường tiểu học (TH).

Cho biết:

1. Khoảng cách giữa các trường THCS và các trường TH;
2. Số lượng học sinh tốt nghiệp từ mỗi trường TH (đã phân loại theo học lực);
3. Chỉ tiêu tối đa mà mỗi trường THCS có thể nhận vào.

Tìm một cách phân tuyến cho các học sinh đã tốt nghiệp TH vào các trường THCS sao cho:

1. Tổng quãng đường di chuyển của tất cả các em là nhỏ nhất;
2. Chất lượng đầu vào của mọi trường THCS là đồng đều.

Lưu ý: Phân tuyến ở đây hiểu là tìm ra số lượng học sinh mà các trường THCS sẽ nhận từ các trường TH. Bên cạnh đó, có thể làm cụ thể hơn là sắp xếp từng học sinh vào trường THCS phù hợp với mình.

Các giả sử

(1) *Số lượng học sinh tốt nghiệp TH bằng với số lượng các học sinh vào các trường THCS*: Nói cách khác, chúng ta không xét đến các học sinh từ trường TH tư vào trường THCS công hay ngược lại, trường TH công vào các trường THCS tư.

(2) *Các trường kể trên đều hoàn toàn thuộc quyền quản lý của Bộ Giáo dục*: Các trường sẽ cung cấp đầy đủ những thông tin, số liệu cần thiết và thực hiện theo đúng chỉ đạo của Bộ Giáo dục.

(3) *Chính sách phân tuyến được áp dụng từ bậc Tiểu học*: Các học sinh đều học ở trường TH gần nhà và khoảng cách từ trường TH đến trường THCS phản ánh được khoảng cách từ nhà em đó đến trường THCS đó.

(4) *Tất cả học sinh đều sử dụng quãng đường ngắn nhất để di chuyển và tốn cùng một khoảng thời gian để di chuyển.*

(5) *Các trường THCS đều có khả năng đáp ứng nhu cầu về cơ sở vật chất và trình độ chuyên môn là như nhau*: Không xuất hiện các trường với yêu cầu đặc biệt như số lượng nam/nữ sinh, trường khuyết tật, … Hoặc các trường đều có chương trình học như nhau (đều có hoặc đều không có chương trình đặc biệt như bơi, tiếng Anh tăng cường, …).

(6) *Độ sai số tối đa tỉ lệ học sinh Giỏi, Khá, Yếu, Trung bình được cho trước.*

Mô hình toán học và hướng giải quyết

Giai đoạn #1: Xác định số lượng

Hướng #1 - Chỉ dựa trên khoảng cách

Xét một khu vực có m trường trung học cơ sở (THCS) và n trường tiểu học (TH).

Ta có các Input:

(1) Từ số liệu khoảng cách giữa các trường trung học cơ sở (THCS) và các trường tiểu học (TH), ta lập bảng sau:

	Trường TH 1	**Trường TH 2**	**…**	**Trường TH n**
Trường THCS 1	s_{11}	s_{12}	…	s_{1n}
Trường THCS 2	s_{21}	s_{22}	…	s_{2n}
…	…	…	…	…
Trường THCS m	s_{m1}	s_{m2}	…	S_{mn}

Dạng ma trận của bảng trên:

$$S = \begin{pmatrix} s_{11} & s_{12} & \dots & s_{1n} \\ s_{21} & s_{22} & \dots & s_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ s_{m1} & s_{m2} & \dots & s_{mn} \end{pmatrix}$$

Với $\mathbf{s_{ij}}$ là *khoảng cách từ trường THCS thứ i tới trường TH thứ j* ($i = \overline{1,2,\dots,m}, j = \overline{1,2,\dots,n}$).

(2) Gọi $\mathbf{X_i}$ là *chỉ tiêu tối đa của trường THCS thứ i* ($i = \overline{1,2,\dots,m}$).

Sức chứa này có thể được tính bằng tích của số lượng phòng học cho lớp 6 và sức chứa của một phòng học hoặc tổng sĩ số dự định mỗi lớp của trường THCS đó (thường từ 35 – 50 em học sinh một lớp). Số liệu này sẽ do nhà trường cung cấp cho Bộ Giáo dục. Chỉ tiêu thực tế lớn nhất của một trường i trong vòng k năm bất kỳ sẽ là số gần $\mathbf{X_i}$ nhất trong các số.

<u>Ví dụ:</u> Trường X_1 tổ chức 6 lớp, mỗi phòng lớp có thể chứa 60 học sinh, nhưng để ngồi thoải mái trường muốn cho một lớp 45 em. Vậy trường có chỉ tiêu tối đa là 270 em.

(3) Gọi $\mathbf{Y_j}$ là *số lượng học sinh tốt nghiệp của trường tiểu học thứ j* ($j = \overline{1,2,\dots,n}$).

Các ẩn số của chúng ta sẽ là **a_{ji}**, là *số học sinh vào trường THCS thứ i từ trường tiểu học thứ j* $(i = \overline{1,2,\dots,m}, j = \overline{1,2,\dots,n})$.

Để bài toán có nghiệm, ta cần: $\sum_{i=1}^{m} X_i \geq \sum_{j=1}^{n} Y_j$.

Có thể nhận xét rằng sức chứa tối đa của trường càng lớn thì chúng ta có thể phân càng nhiều học sinh vào, và do đó, chúng tỉ lệ thuận với nhau. Để tránh việc có trường THCS không nhận được học sinh nào cả và để công bằng thì trường THCS thứ i sẽ nhận vào $M_i = \sum_{j=1}^{n} Y_j . \frac{X_i}{\sum_{i=1}^{m} X_i}$ (do $\sum_{i=1}^{m} X_i \geq \sum_{j=1}^{n} Y_j$ nên mỗi trường không nhận quá khả năng của nó).

Từ đó, ta có hệ các phương trình và bất phương trình điều kiện:

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^{n} a_{ij} \leq \lceil M_i \rceil \quad (i = \overline{1,2,\dots,m}) \\ \sum_{i=1}^{m} a_{ij} = Y_j \ (j = \overline{1,2,\dots,n}) \end{cases}$$

Trong vấn đề trên, ta cần tìm các ẩn a_{ij} sao cho quãng đường tổng cộng mà tất cả học sinh phải đi là nhỏ nhất, tức tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số:

$$C = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} a_{ij} s_{ij}$$

Đây sẽ là hàm mục tiêu của chúng ta với a_{ij} là các ẩn cần tìm (số lượng ẩn là m*n) và s_{ij} là các hệ số.

Giải bài toán quy hoạch tuyến tính trên (tham khảo Phụ lục 1) sẽ cho số lượng học sinh một trường THCS sẽ nhận từ một trường TH.

Hướng #2 - Dựa trên khoảng cách và chất lượng học sinh

Ta phân loại học sinh theo p loại dựa trên chất lượng học sinh. Là Bộ Giáo dục, chúng ta hoàn toàn có được số lượng học sinh từng loại trên toàn khu vực, từ đó tìm ra tỉ lệ học sinh từng loại. Để đồng đều học lực mỗi trường thì tỉ lệ học sinh các loại cũng sẽ theo tỉ lệ đó.

Gọi t_k là số lượng học sinh đạt loại k ($k = \overline{1,2,\dots,p}$).

Sử dụng thuật toán tương tự trên, ta có thể tối ưu hóa quãng đường cho từng loại với số liệu khác. Cụ thể:

(1) Gọi $\mathbf{A_{ki}}$ là *số học sinh loại k mà trường THCS thứ i nhận vào* ($k = \overline{1,2,\dots,p}, i = \overline{1,2,\dots,m}$).

$$A_{ki} = \sum_{j=1}^{n} Y_j \frac{X_i}{\sum_{i=1}^{m} X_i} \frac{t_k}{\sum_{k=1}^{p} t_k}$$

A_{ki} sẽ tương đương với M_i ở phần trên.

(2) Gọi $\mathbf{B_{kj}}$ là *số học sinh loại k tốt nghiệp trường TH thứ j* ($k = \overline{1,2,\dots,p}, j = \overline{1,2,\dots,n}$).

B_{kj} sẽ tương đương với Yj ở phần trên.

Các input còn lại (s_{ij}, nhận xét, các phương trình và bất phương trình điều kiện,…) vẫn giữ nguyên.

Tương tự ở trên, với mỗi loại k, ta sẽ tối ưu hóa được quãng đường và phân tuyến sao cho chất lượng học sinh của các trường là đồng đều.

Hướng #3 - Dựa trên khoảng cách và chất lượng học sinh chấp nhận sai số

Với phương pháp ở Hướng #2 ta có thể tìm được cách phân tuyến với tỉ lệ học sinh theo từng loại của các trường là gần như bằng nhau. Tuy nhiên, khi đó hàm mục tiêu của chúng ta có thể chưa đạt được giá trị tối ưu nhất. Nếu chấp nhận một sai số nho nhỏ $d \in [0,1]$ sao cho vẫn nằm trong khoảng chấp nhận được thì ta có thể mở rộng khoảng nghiệm của a_{ij} và do đó có thể tìm được giá trị tối ưu hơn nữa mà chất lượng đầu vào của các trường không quá chênh lệch nhau.

Do đó, thay vì xét bất phương trình

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} \leq \lceil M_i \rceil \quad (i = \overline{1,2,\dots,m})$$

như các hướng trên, ta có thể xét với mỗi loại k:

$$l_{ki} = \frac{t_k}{\sum_{k=1}^{p} \mathrm{t_k}} - d \leq \frac{c_{ijk}}{a_{ij}} \leq \frac{t_k}{\sum_{k=1}^{p} \mathrm{t_k}} + d = u_{ki} \ (i = \overline{1,2,\dots,m}, k = \overline{1,2,\dots,p})$$

Với c_{ijk} là số lượng học sinh xếp loại k từ trường TH thứ j vào trường THCS thứ i.

Cần tìm giá trị d đủ lớn để giá trị tìm được tối ưu cao và cũng đủ nhỏ để nằm trong khoảng chấp nhận được.

Giai đoạn #2: Phân chia cụ thể từng học sinh

Sau giai đoạn #1, chúng ta đã xác định được số lượng học sinh vào một trường THCS từ một trường TH nào đó. Xét trong 1 trường TH có m học sinh tốt nghiệp tiểu học có thể vào n trường THCS.

Ta có các Input:

(1) Dựa vào thông tin cung cấp của trường tiểu học, ta biết được vị trí nơi ở thường trú của các học sinh. Gọi $\mathbf{S_{ij}}$ là *quãng đường từ nhà của học sinh thứ i đến trường THCS thứ j* ($i = \overline{1,2,\dots,m}, j = \overline{1,2,\dots,n}$).

(2) $\mathbf{U_j}$ là *số lượng học sinh mà trường THCS thứ j nhận từ trường TH đang xét*.

Gọi $\mathbf{F_{ij}}$ *cho biết việc học sinh thứ i vào trường THCS thứ j* ($F_{ij} = 1$ nếu học sinh i vào trường j, nếu không thì $F_{ij}=0$). Đây sẽ là các ẩn mà chúng ta cần tìm.

Ta có hệ phương trình điều kiện:

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^{n} F_{ij} = 1, i = \overline{1,2\dots,m} \\ \sum_{i=1}^{k} F_{ij} = U_j, j = \overline{1,2\dots,n} \end{cases}$$

Tương tự trên, ta cần tìm các ẩn F_{ij} (có tất cả m*n ẩn) thỏa mãn các điều kiện trên để hàm mục tiêu sau đây đạt giá trị nhỏ nhất:

$$E = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} F_{ij} s_{ij}$$

Giải bài toán quy hoạch tuyến tính trên sẽ cho ta biết cách phân các học sinh đến trường THCS phù hợp (dựa vào giá trị của F_{ij}).

<u>Ghi chú:</u> Trong nhiều trường hợp, có thể thay sij bằng một hệ số Hij gọi là hệ số hạnh phúc của học sinh thứ i đối với trường THCS thứ j và tối đa hóa hàm tương tự trên.

Một số ví dụ áp dụng

Vấn đề 1

Xét một khu vực giả sử có 5 trường tiểu học (gọi tên từ A – E) và 4 trường THCS (gọi tên từ A' – D'). Khoảng cách giữa các trường được cho trong bảng sau:

	A	**B**	**C**	**D**	**E**
A'	5	6	8	3	4
B'	2	1	9	8	2
C'	3	4	2	1	5
D'	4	1	3	2	6

Cho số lượng học sinh tốt nghiệp lớp 5 của các trường tiểu học theo học lực của các em (bên trái) và khả năng nhận học sinh tối đa của mỗi trường THCS (bên phải) như sau:

	Giỏi	**Khá**	**TB**
A	80	17	23
B	210	24	6
C	147	11	2
D	170	38	12
E	186	8	6

	Số học sinh
A'	400
B'	500
C'	300
D'	200

Từ các thông tin trên, phân tuyển cho các học sinh tốt nghiệp lớp 5 từ các trường tiểu học vào các trường THCS phù hợp với những yếu tố đã đề ra.

Giải quyết vấn đề

Xác định các hằng số và hệ số

Ta có thể chuyển bảng trên thành một ma trận 4x5:

$$s = \begin{pmatrix} 5 & 6 & 8 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 9 & 8 & 2 \\ 3 & 4 & 2 & 1 & 5 \\ 4 & 1 & 3 & 2 & 6 \end{pmatrix}$$

Với $\mathbf{s_{ij}}$ là *khoảng cách từ trường THCS thứ i tới trường TH thứ j* ($i = \overline{1,2,\dots,m}, j = \overline{1,2,\dots,n}$).

Dựa vào các giả thiết, ta có:

X_1	120
X_2	240
X_3	160
X_4	220
X_5	200
Tổng	940

Y_1	400
Y_2	500
Y_3	300
Y_4	200
Tổng	1400

Từ đó tìm được lượng học sinh tối đa mà các trường THCS nhận được (làm tròn lên):

Y_i	400	500	300	200
$\boldsymbol{M_i} = 940\,\frac{Y_i}{1400}$	268.57	335.71	201.43	134.29
$\lceil \boldsymbol{M_i} \rceil$	269	336	202	135

Xét bảng sau thể hiện số lượng học sinh Giỏi, Khá, Trung bình mà một trường THCS sẽ nhận, hay các giá trị A_{ki} với k là cột và i là hàng của ô đang xét.

	Giỏi	**Khá**	**Trung bình**
A’	227	28	14
B’	283	35	18
C’	170	21	10
D’	113	14	7

Xác định ẩn

Gọi **a_{ij}** là *số học sinh vào trường THCS thứ i từ trường tiểu học thứ j* ($i = \overline{1,2,\dots,m}, j = \overline{1,2,\dots,n}$).

Xác định các phương trình/bất phương trình điều kiện

$$\begin{cases} \displaystyle\sum_{j=1}^{5} a_{ij} \le \lceil M_i \rceil \quad (i = \overline{1,2,\dots,4}) \\ \displaystyle\sum_{i=1}^{4} a_{ij} = Y_j \ (j = \overline{1,2,\dots,5}) \end{cases}$$

Xác định hàm mục tiêu

$$C = \sum_{i=1}^{4} \sum_{j=1}^{5} a_{ij} s_{ij}$$

Giải bài toán quy hoạch tuyến tính

Hướng #1 – Chỉ dựa vào khoảng cách

Sử dụng MatLab (theo hướng dẫn ở Phụ lục 1) ta thu được kết quả:

	A	B	C	D	E
A’	0	0	0	178	89
B’	120	105	0	0	111
C’	0	0	160	42	0
D’	0	135	0	0	0
Tổng quãng đường tối ưu					**1954**

Dựa vào bảng trên ta biết được số lượng học sinh mà trường THCS sẽ nhận từ từng trường TH. Ví dụ đọc bảng trên ta thấy trường THCS B’ sẽ nhận 120 em từ trường TH A, 105 từ B và 111 từ E.

Hướng #2 – Dựa vào khoảng cách và chất lượng học sinh, xét riêng từng loại học sinh

Tương tự Hướng #1 ta sẽ lập được bảng theo từng loại học sinh, trong đó tại một ô bất kì trong bảng, theo thứ tự từ trái qua phải lần lượt lượt là số học sinh giỏi, khá và trung bình.

Dòng thứ 7 thể hiện tỉ lệ phần trăm học sinh xếp loại đó trên tổng số học sinh vào trường.

	A’			B’			C’			D’		
A	0	0	5	80	17	18	0	0	0	0	0	0
B	0	0	0	97	10	0	0	0	0	113	14	6
C	0	0	0	0	0	0	147	11	1	0	0	1
D	147	28	3	0	0	0	23	10	9	0	0	0
E	80	0	6	106	8	0	0	0	0	0	0	0
%	86	10.6	5.4	84.2	10.4	5.4	84.6	10.4	5	84.3	10.4	5.2
Tổng quãng đường tối ưu										**1964**		

Có thể thấy tỉ lệ học sinh Giỏi, Khá và Trung bình của các trường xấp xỉ nhau nhưng đổi lại tổng quãng đường tối ưu đã tăng lên so với Hướng #1.

Hướng #3 – Dựa vào khoảng cách và chất lượng học sinh có chấp nhận sai số

Với các sai số d, xét các khoảng học sinh Giỏi, Khá, Trung bình chấp nhận được. Từ đó và các phương trình khác, tìm ra kết quả tương ứng như dưới. (tham khảo Phụ lục 1.2)

+ d = 2%:

	Giỏi	**Khá**	**Trung bình**
A'	221 – 232	22 – 34	8 – 20
B'	276 – 290	28 – 42	10 – 25
C'	165 – 174	16 – 26	6 – 15
D'	110 – 116	11 – 17	4 – 10

Kết quả:

	A'			**B'**			**C'**			**D'**		
A	0	0	0	80	17	23	0	0	0	0	0	0
B	0	0	0	100	8	0	0	0	0	110	16	6
C	0	0	0	0	0	0	147	10	2	0	1	0
D	143	22	4	0	0	0	27	16	8	0	0	0
E	78	0	4	108	8	2	0	0	0	0	0	0
%	88	8.9	3.1	83.2	9.5	7.3	82.9	12.4	4.7	82.7	12.8	4.5
Tổng quãng đường tối ưu										**1923**		

+ d = 5%:

	Giỏi	**Khá**	**Trung bình**
A'	213 – 240	14 – 42	0 – 28
B'	266 – 300	18 – 52	0 – 35
C'	159 – 180	10 – 32	0 – 21
D'	106 – 120	7 – 21	0 – 14

Kết quả:

	A'			**B'**			**C'**			**D'**		
A	0	0	0	80	17	23	0	0	0	0	0	0
B	0	0	0	104	6	0	0	0	0	106	18	6
C	0	0	0	0	0	0	147	11	2	0	0	0
D	137	14	0	0	0	0	33	21	12	0	3	0
E	76	0	0	110	8	6	0	0	0	0	0	0

%	93.8	6.2	0	83.1	8.8	8.1	79.6	14.2	6.2	79.7	15.8	4.5
Tổng quãng đường tối ưu										**1877**		

Có thể thấy với sai số d càng lớn thì tổng quãng đường càng được tối ưu (hơn cả Hướng #1) nhưng đổi lại chất lượng học sinh chênh lệch khá lớn (trong ví dụ trên trường A’ có 93.8% học sinh giỏi và không có học sinh Trung bình nào; trường B’ lại chỉ có 83.1% học sinh giỏi và tới 8.1% học sinh Trung bình).

Vấn đề 2

Thống kê các trường TH và THCS trên 7 phường của quận Tân Bình năm 2016, ta có bảng số liệu sau:

	Max	750	485	395	450	665
Số lượng		**A1**	**A2**	**A3**	**A4**	**A5**
365	**B1**	0,26	1,6	1,8	2,4	1,5
209	**B2**	0,45	1,1	1,7	2	1,5
127	**B3**	0,75	0,45	1	1,4	0,7
184	**B4**	1,2	1,7	3	2,6	2,6
280	**B5**	1,3	0,061	1,1	1,1	0,75
119	**B6**	1,2	0,7	0,5	1,2	0,2
87	**B7**	1,8	1,8	0,3	1,3	0,65
98	**B8**	1,9	1,2	0,75	0,95	0,7
168	**B9**	2,4	1,7	1	0,4	1,2
410	**B10**	1,6	0,75	0,4	0,65	0,4
48	**B11**	2,5	1,2	0,75	0,7	0,9

Cột Số lượng thể hiện số học sinh tốt nghiệp cấp 1 ở trường tiểu học B_i và dòng Max thể hiện số học sinh tối đa mà trường THCS A_i có thể nhận. Đồng thời các ô thể hiện S_{ij} là khoảng cách (km) giữa hai trường i và j.

Các trường đang xét là:

A	**Trường THCS**	**Phường**
1	Ngô Sĩ Liên	2
2	Âu Lạc	5
3	Trần Văn Đang	6
4	Nguyễn Gia Thiều	6
5	Tân Bình	7

B	**Trường TH**	**Phường**
1	Lê Văn Sĩ	1
2	Nguyễn Thanh Tuyền	2
3	Bình Giã	3
4	Tân Sơn Nhất	4
5	Hoàng Văn Thụ	4
6	Phạm Văn Hai	5

7	Bạch Đằng	6
8	Chi Lăng	6
9	Đống Đa	6
10	Bành Văn Trân	7
11	Lê Anh Xuân	7

Giải quyết vấn đề

Dựa vào mô hình trên, ta thu được kết quả:

	A1	**A2**	**A3**	**A4**	**A5**
B1	365	0	0	0	0
B2	115	0	0	0	95
B3	0	0	0	0	127
B4	93	91	0	0	0
B5	0	280	0	0	0
B6	0	0	0	0	119
B7	0	0	87	0	0
B8	0	0	0	98	0
B9	0	0	0	168	0
B10	0	0	215	28	168
B11	0	0	0	48	0

(Có thể so sánh với kết quả của Bộ Giáo dục ở Phụ lục 2)

Đánh giá và sửa chữa

Ưu điểm

- Thuật toán đơn giản, dễ giải quyết;
- Tối ưu hóa quãng đường, tiết kiệm chi phí đi lại, đảm bảo tính công bằng;
- Tính linh động cao, có thể giải quyết được nhiều tình huống dựa trên cùng ý tưởng mô hình.

Nhược điểm

- Chưa xét đến các sai lệch do khả năng và phương tiện di chuyển và mật độ giao thông khác nhau;
- Chưa xác định được sai số phù hợp.

Phụ lục

Phụ lục 1. Xử lý bài toán quy hoạch tuyến tính bằng MatLab

1. Nhập dữ liệu:

Với số lượng ẩn có thể cực kì lớn như trên (bằng m*n tức tích số trường THCS và số trường TH) thì việc nhập dữ liệu vào MatLab có thể rất khó khăn. Đặc biệt là với các vectơ a, aeq khi ta phải nhập các hệ số của phương trình và bất phương trình điều kiện.

Để giải quyết điều này ta lập một function solieu.m trong MatLab:

```
function [a,aeq] = solieu(m,n)

%m: So luong truong tieu hoc
%n: So luong truong thcs

a = zeros(n,m*n);
aeq = zeros(m,m*n);
for i = 1:n
    a(i,m*i-m+1:m*i) = 1;
end;
for i = 1:m
    for j = 1:m*n
        if mod(j-i,m) == 0
            aeq(i,j) = 1;
        end;
    end;
end;
end
```

Function trên giúp tạo các vectơ a, aeq cần thiết để chạy hàm intlinprog của MatLab, vốn để giải quyết các bài toán quy hoạch tuyến tính nguyên.

2. Nhập dữ liệu với bài toán có sai số:

Trong hệ phương trình và bất phương trình của chúng ta có điều kiện chặn trên và chặn dưới nên ma trận a cũng cần được thêm vào. Ta nhập dữ liệu bằng function solieu.m mới như sau:

```
function [a aeq] = solieu(m,n,p)

%m: So luong truong tieu hoc
%n: So luong truong THCS
%p =
% 1: Co xet sai so
% 0: Khong xet sai so
```

```
if p == 0
    a = zeros(n,m*n);
elseif p == 1
    a = zeros(2*n,m*n);
end;
aeq = zeros(m,m*n);
for i = 1:n
    a(i,m*i-m+1:m*i) = 1;
end;
if p == 1
    for i = (n+1):(2*n)
        a(i,m*(i-n)-m+1:m*(i-n)) = -1;
    end;
end;
for i = 1:m
    for j = 1:m*n
        if mod(j-i,m) == 0
            aeq(i,j) = 1;
        end;
    end;
end;
end
```

Lúc này, khi nhập beq với mỗi loại k, ta dùng lệnh:

beq = [u_{k1} u_{k2} … u_{km} $-l_{k1}$ $-l_{k2}$ … $-l_{km}$]

3. Giải bài toán quy hoạch tuyến tính:

Chạy lần lượt theo thứ tự các command sau:

```
m = %so truong tieu hoc%;

n = %so truong THCS%;

[a aeq] = solieu(m,n);
```

beq = [Y_1 Y_2 … Y_m];

hoặc beq = [u_{k1} u_{k2} … u_{km} $-l_{k1}$ $-l_{k2}$ … $-l_{km}$]; (Xem Phụ lục 1.2)

br = [X_1 X_2 … X_n];

```
b = ceil(br*sum(beq(1,1:m))/sum(br));

intcon = 1:m*n;

lb = zeros(1,m*n);

ub = [];
```

f = [s_{11} s_{21} … s_{m1} s_{21} s_{22} … s_{m2} … … s_{1n} s_{2n} … s_{mn}];

```
x = intlinprog(f,intcon,a,b,aeq,beq,lb,ub);
```

Máy sẽ cho kết quả là x = [a_{11} a_{21} … a_{m1} a_{21} a_{22} … a_{m2} … … a_{1n} a_{2n} … a_{mn}] chính là số lượng các học sinh mà các trường THCS sẽ nhận từ từng trường TH.

Phụ lục 2. Kết quả của Bộ Giáo dục

	A1	**A2**	**A3**	**A4**	**A5**
B1	365	0	0	0	0
B2	209	0	0	0	0
B3	0	0	0	0	127
B4	34	150	0	0	0
B5	0	280	0	0	0
B6	0	0	0	0	119
B7	0	0	87	0	0
B8	0	0	0	98	0
B9	0	0	0	168	0
B10	0	0	122	0	288
B11	0	0	0	0	48

Nguồn tham khảo

Số liệu tuyển sinh đầu cấp quận Tân Bình:

http://nld.com.vn/giao-duc-khoa-hoc/quan-tan-binh-cong-bo-ke-hoach-tuyen-sinh-dau-cap-20140530132051398.htm (2014)

http://static.phapluattp.vn/Uploaded/phamanh/2016_05_30/tanbinhphantuyencactruong_RSEK.pdf (2016)

Khoảng cách giữa các trường: http://maps.google.com/