

PIMA

Projects in Mathematics and Applications

Số lượng xe buýt ở TPHCM

Nguyễn Cao Nhật Long* Nguyễn Trung Nghĩa[†] Lâm Hữu Phúc[‡]

Ngày 11 tháng 8 năm 2017

Tóm tắt nội dung

Quá trình hiện đại hóa luôn kèm theo những vấn đề nhức nhối: giá xăng tăng, ô nhiễm môi trường, tắc nghẽn giao thông, ... Chính vì thế, việc chuyển sang sử dụng phương tiện công cộng có thể sẽ là xu thế thiết yếu. Bài viết sau tập trung vào việc xây dựng một mô hình nhằm tối ưu hóa lượng xe buýt trên các tuyến cố định tại Thành phố Hồ Chí Minh bằng các công cụ toán học. Chúng tôi sử dụng chủ yếu là quy hoạch tuyến tính nguyên nhằm tìm số xe bus nhỏ nhất trên các tuyến đường, dựa trên các điều kiện có sẵn về tuyến đường và các loại xe bus. Hơn nữa còn sử dụng được thuật toán tìm kiếm nhị phân để tìm số tiền hay thời gian tối thiểu cần bỏ ra. Ngoài ra, chúng tôi đã lập trình một chương trình để áp dụng mô hình tổng quát.

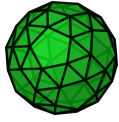
*Trường THPT chuyên Lê Hồng Phong TPHCM

[†]Trường THPT Thực Hành Sư Phạm TPHCM

[‡]Trường Phổ Thông Năng Khiếu TPHCM

Mục lục

1	GIỚI THIỆU	3
2	XÂY DỰNG MÔ HÌNH	3
2.1	Phát biểu lại bài toán	3
2.2	Các giả thiết	4
2.3	Các biến số	4
2.4	Các điều kiện bài toán	4
2.5	Mô hình quy hoạch tuyến tính	6
3	ÁP DỤNG MÔ HÌNH	7
4	KẾT LUẬN VÀ ĐÁNH GIÁ	8
5	HƯỚNG PHÁT TRIỂN TRONG TƯƠNG LAI	9
6	LỜI CẢM ƠN	10



1 GIỚI THIỆU

"Theo tính toán của các chuyên gia, tại 2 thành phố lớn là Hà Nội và TP.HCM cho thấy, xe máy chiếm 95% về số lượng, chỉ tiêu thụ 56% xăng nhưng lại thải ra 94% hydro cacbon (HC); 87% cacbon oxit (CO); 57% oxit nitơ (Nox)... trong tổng lượng phát thải của các loại xe cơ giới. Và xe máy đang sử dụng tham gia giao thông là nguồn chính thải ra phần lớn các chất gây ô nhiễm. (*Báo động ô nhiễm không khí từ phương tiện giao thông - Huyền Trân*)

Chính vì thế, việc chuyển sang sử dụng phương tiện giao thông công cộng, đặc biệt là xe buýt (bus), có thể là một giải pháp cho vấn đề này. Ngoài ra, bus có tính cơ động cao, hoạt động trong những điều kiện đường xá, thời tiết khó khăn, có thể tiếp cận khá dễ dàng những vùng chưa có hạ tầng phát triển. Thêm vào đó, mạng lưới xe bus cho phép chúng ta tận dụng tuyến đường hiện có, vì thế chi phí đầu tư, khai thác ít; đồng thời, việc điều tiết và phân chia nhu cầu đi lại cũng trở nên dễ dàng.

Theo Vụ Vận tải (Bộ Giao thông Vận tải - GTVT), cả nước hiện có 54/63 tỉnh, thành phố có xe buýt, với trên 600 tuyến xe buýt và hơn 8.000 đầu xe hoạt động. Bình quân mỗi năm, vận tải hành khách công cộng bằng xe buýt vận chuyển được hàng trăm triệu lượt khách. Những năm gần đây, tốc độ phát triển kinh tế xã hội của nước ta tăng nhanh, đi đôi với tiến trình công nghiệp hóa, đô thị hóa là sự gia tăng dân số và nhu cầu đi lại, đặc biệt là trên các tuyến đường đô thị, đường đi qua khu công nghiệp, khu du lịch....

Mặt khác, hệ thống xe bus không phải là không có những điểm yếu. Việc vận chuyển hành khách bằng xe bus có năng suất không cao. Xe bus to lớn, do đó gây trở ngại trong giao thông; ngoài ra, khả năng vượt tải của xe bus thấp, đặc biệt là trong giờ cao điểm.

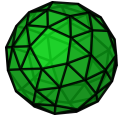
Ở Thành phố Hồ Chí Minh, mặc dù có những chính sách khuyến khích người dân đi xe bus và giảm lượng phương tiện cá nhân trên đường, song, lượng người đi xe bus vẫn còn khá ít so với kỳ vọng. Từ năm 2015, lượng hành khách sử dụng bus chỉ đạt 334,5 triệu lượt, thấp hơn 411,2 triệu so với năm 2013.

Một trong những nguyên nhân khiến bus ít được ưa chuộng hơn chính là việc hệ thống phương tiện giao thông công cộng không đáp ứng tốt nhu cầu đi lại của nhân dân. Do đó, việc đưa ra một cách phân bố xe bus trên các tuyến đường phù hợp là cần thiết. Bài viết này sử dụng chủ yếu quy hoạch tuyến tính cùng một số thuật toán khác nhằm giải quyết bài toán trên.

2 XÂY DỰNG MÔ HÌNH

2.1 Phát biểu lại bài toán

Giả sử các tuyến xe buýt hoạt động độc lập với nhau và mỗi xe chỉ được chạy trên một tuyến. Để giữ mức kinh phí, giao thông, thời gian chờ ở mức cho phép, chúng ta xét bài toán tìm ra lượng xe buýt tối thiểu trên mỗi tuyến thỏa các điều kiện trên.



2.2 Các giả thiết

- Vận tốc trung bình của tất cả các loại xe là như nhau và không đổi.
- Mỗi tuyến có thể có nhiều loại xe khác nhau.
- Các tuyến xe hoạt động độc lập và mỗi xe chỉ chạy trong một tuyến.
- Các xe chạy luôn cách nhau các khoảng đều nhau.
- Do các tuyến xe đã được thiết kế cho phù hợp với các loại xe nên ta có thể giả sử tất cả các loại xe được đề cập đều có thể hoạt động trên tuyến xe ấy.

2.3 Các biến số

Cho r tuyến xe $1, 2, \dots, r$. Xét cụ thể một tuyến xe i , ký hiệu các biến số liên quan như bảng¹ sau:

Tên biến	Ý nghĩa
l	Độ dài của tuyến xe đang xét (m)
ϑ ($\vartheta \in \mathbb{N}$)	Số các loại xe có thể sử dụng trên tuyến i
X_j ($1 \leq j \leq \vartheta$)	Tên các loại xe buýt
L_j ($1 \leq j \leq \vartheta$)	Chiều dài tính của loại xe j (m)
R_j ($1 \leq j \leq \vartheta$)	Chiều rộng tính của loại xe j (m)
q_j ($1 \leq j \leq \vartheta$)	Sức chứa của loại xe j (người/xه)
m_j ($1 \leq j \leq \vartheta$)	Chi phí của các loại xe (\$)
d	Khoảng cách an toàn tối thiểu giữa hai chiếc xe trên đường (m)
t	Thời gian chờ giữa hai chuyến xe bus liên tiếp (s)
v	Vận tốc của xe (m/s) $\approx 7m/s$
F	Vốn đầu tư (\$)
c_j ($1 \leq j \leq \vartheta$)	Số lượng xe buýt loại j ($1 \leq j \leq \vartheta$)
$C = \sum_{j=1}^{\vartheta} c_j$	Tổng số lượng xe bus trên tuyến i
k	Số người trung bình có nhu cầu đi xe buýt trên tuyến (người)

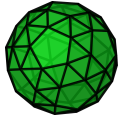
2.4 Các điều kiện bài toán

Chúng ta cần tìm các phương án để xác định số lượng xe buýt tối ưu ở mỗi tuyến đường đảm bảo được các điều kiện sau:

- Chi phí phù hợp với vốn đầu tư

$$\sum_{j=1}^{\vartheta} m_j c_j \leq F \quad (1)$$

¹Ngoài các giá trị c_j thì các dữ liệu còn lại được nhập từ thực tế



- Xe có thể chứa lượng khách nhiều nhất có thể

$$\sum_{j=1}^{\vartheta} q_j c_j \geq k \quad (2)$$

- Thời gian chờ ngắn nhất có thể và bé hơn t giây. Thường thì $t \leq 600$.
Do chiều dài của tuyến (cả đi và về) là $2l$, vận tốc của mỗi chiếc xe là v nên mỗi xe cần thời gian $\frac{2l}{v}$ để hoàn tất một vòng. Như thế, thời gian chờ của mỗi xe bus là $\frac{2.l}{v} \cdot \frac{1}{C} = \frac{2.l}{C.v}$

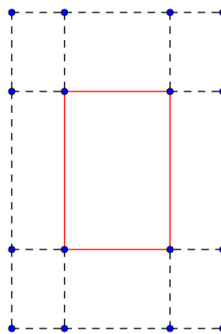
$$\frac{2l}{C.v} \leq t \leq 600 \quad (3)$$

Ta sẽ cố gắng giảm thiểu mức thời gian chờ càng ít càng tốt.

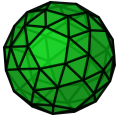
- Độ dài chiếm dụng động ở mức cho phép. Ở đây, độ dài chiếm dụng động được hiểu là độ dài xe bus chiếm khi nó di chuyển.

$$2 \sum_{j=1}^{\vartheta} L_j \cdot c_j + d \sum_{j=1}^{\vartheta} c_j \leq 2.l \quad (4)$$

Lưu ý là khi xe chuyển động, để an toàn các phương tiện giao thông khác cần cách xe buýt các khoảng sao cho bề rộng và bề dài bằng hai lần bề rộng và bề rộng tương ứng khi xe đứng yên. (đều nhau)



Chúng tôi sẽ thiết lập một mô hình giải quyết bài toán trên theo từng tuyến xe riêng lẻ, từ đó có thể áp dụng cho tất cả các tuyến trên thành phố ở mức độ tổng quát.



2.5 Mô hình quy hoạch tuyến tính

Đầu tiên ta sẽ tiếp cận bài toán theo hướng đơn giản sau: Ở tuyến xe buýt i có độ dài tuyến là l . Ta đánh số các loại xe buýt có thể sử dụng là $1, 2, \dots, \vartheta$. Với mỗi loại xe ta có một bộ đặc trưng sau:

$$(L_j, R_j, q_j, m_j), \quad 1 \leq j \leq \vartheta.$$

Mô hình

Ta nhận thấy, có rất nhiều yếu tố như độ ô nhiễm, lượng khí thải do xe tạo ra, chi phí điều hành xe, chi phí hoạt động, ... đều giảm khi số lượng xe giảm. Từ đó, ta sẽ tối ưu tổng số lượng xe buýt, sao cho vẫn thỏa mãn điều kiện hoạt động của một tuyến xe.

Theo mô hình trên, ta sẽ tìm giá trị nhỏ nhất của hàm tổng số lượng xe buýt:

$$C = \sum_{j=1}^{\vartheta} c_j,$$

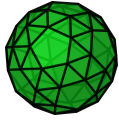
với c_j là số lượng xe bus loại j hoạt động trên tuyến i . Từ các điều kiện xác định của bài toán, ta có hệ các điều kiện sau:

$$\left\{ \begin{array}{l} c_j \in \mathbb{N} \\ \sum_{j=1}^{\vartheta} q_j c_j \geq k \\ 2 \sum_{j=1}^{\vartheta} L_j c_j + d.C \leq 2.l \quad (*) \\ \sum_{j=1}^{\vartheta} m_j c_j \leq F \\ \frac{2l}{C.v} \leq t \leq 600 \end{array} \right.$$

Nghiệm tìm được phải thỏa mãn các điều kiện đã nêu bên trên. Đây là một bài toán quy hoạch tuyến tính nguyên. Hiện tại đã có một số thuật toán để giải bài toán này, điển hình nhất là thuật toán nhánh cận.

Mở rộng 1

Sau khi đã giải bài toán trên, ta có thể đặt vấn đề: nếu như trong các ảnh hưởng xấu do việc tăng số lượng xe gây ra, thì chi phí điều hành xe là quan trọng nhất. Trong trường hợp đó, ta cần tìm chặn trên F nhỏ nhất cho chi phí, sao cho bài toán vẫn có nghiệm thỏa mãn các điều kiện khác, và tổng số lượng xe buýt với chặn trên chi phí F đó là nhỏ nhất.



Để giải quyết trường hợp này, ta sử dụng phương pháp tìm kiếm nhị phân để tìm giá trị F thỏa mãn bài toán vừa đặt ra.

Mở rộng 2

Ngoài tối ưu hàm chi phí, ta cũng có thể tối ưu hàm thời gian chờ (3). Tương tự, ta cũng sẽ tìm giá trị nhỏ nhất của t (với t là thời gian chờ) để bài toán có nghiệm, sau đó dựa vào giá trị t để giải bài toán.

Ta cũng có thể sử dụng phương pháp tìm kiếm nhị phân để tìm chặn trên t nhỏ nhất cho bài toán.

3 ÁP DỤNG MÔ HÌNH

Áp dụng mô hình nêu trên vào thực tiễn với các dữ liệu thu thập được. Ta sẽ mở rộng ra cả r tuyến đường.

Hiện tại chúng tôi đã tạo một chương trình, nhận vào tất cả dữ liệu, chương trình sẽ áp dụng mô hình tổng quát vào cả r tuyến đường. Một ví dụ áp dụng mô hình:

Qua quá trình thu thập dữ liệu, chúng tôi tìm thấy/ước lượng các thông tin sau, với số tuyến $r = 3$

Tuyến xe buýt (i)	Độ dài tuyến (l)	Số người trung bình trong một thời điểm (k)
Tuyến số 1	8600	622
Tuyến số 2	13750	1072
Tuyến số 3	18120	1749

Bảng 1

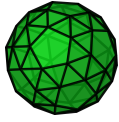
Ta giả sử với $F = \$100,000,000$ là vốn đầu tư ban đầu dành cho cả 3 tuyến xe.

Loại xe (y_j)	Chiều dài (L_j)	Chiều rộng (R_j)	Sức chứa (q_j)	Tiền mỗi loại xe (m_j)
12 chỗ	3.5	1.39	12	24,999
B40	7.6	2.03	40	64,499
B55	9.05	2.29	55	106,299
B80	12.2	2.5	80	114,599

Bảng 2

Từ bảng trên ta có thể thấy $\vartheta = 4$, ta sẽ lấy khoảng cách $d \approx 2(\text{m})$ và vận tốc trung bình $v \approx 7(\text{m/s}) \approx 25(\text{km/h})$.

Điều kiện (*) có thể viết dưới dạng $Ax \leq b$ theo đúng thứ tự, trong đó A là ma trận biểu diễn hệ số của các điều kiện ($A_{i,j}$ là hệ số của x_j trong điều kiện thứ i), b là vector



Tổng chi phí để mua xe là \$4,992,256.

Áp dụng thuật toán ở Mở rộng 1, ta xác định được số tiền tối ưu để bài toán vẫn có nghiệm là \$4,992,154 với các số liệu sau:

- Tuyến 1: Ta cần sử dụng 2 chiếc xe 12 chỗ, 1 chiếc B40, 7 chiếc B80. Thời gian chờ của tuyến 1 là $245.7(s) \approx 4.1\text{mins}$.
- Tuyến 2: Ta cần sử dụng 1 chiếc xe B40, 13 chiếc xe B80. Thời gian chờ của tuyến 2 là $280.6(s) \approx 4.7\text{mins}$.
- Tuyến 3: Ta cần sử dụng 22 chiếc B80. Thời gian chờ của tuyến 2 là $235.3(s) \approx 3.92\text{mins}$.

Ưu điểm

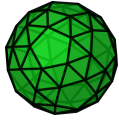
- ▶ Mô hình áp dụng cho từng tuyến đường một cách độc lập, nên sẽ cụ thể và dễ giải quyết hơn một mô hình giải quyết bài toán trên toàn bộ các tuyến đường.
- ▶ Mô hình cho kết quả phù hợp với thực tế.
- ▶ Các hướng mở rộng với các điều kiện chặn linh hoạt cho phép chúng ta ưu tiên các sự lựa chọn khác nhau (chi phí, số lượng, hoặc tổng số xe bus)
- ▶ Mô hình đơn giản, có thể sử dụng những ngôn ngữ lập trình như MATLAB, Python,.. để giải.

Nhược điểm:

- ▶ Chưa đưa các yếu tố giao thông khác (lưu lượng các phương tiện giao thông khác, lượng khí thải,...) vào mô hình.
- ▶ Chặn trên về độ dài quá lớn, vẫn có thể giảm thêm.
- ▶ Trên thực tế, mỗi người có thể chọn giữa nhiều tuyến xe bus khác nhau; hơn nữa, trường hợp tất cả mọi người trên một tuyến đều sử dụng xe bus là khó có thể xảy ra trong thực tế. Như vậy, chặn dưới về người (k) trong phương trình số (2) vẫn còn quá lớn, có thể giảm thêm và cho kết quả lượng xe bus tối ưu nhỏ hơn nữa.
- ▶ Chưa có mô hình khác để so sánh và đánh giá.

5 HƯỚNG PHÁT TRIỂN TRONG TƯƠNG LAI

Trên thực tế, do nhiều yếu tố mà mô hình trên không có những điều kiện lý tưởng như vận tốc xe không đổi, khoảng cách giữa các xe đều nhau, hơn nữa, điều kiện giao thông không hoàn toàn thuận lợi trong cả những giờ cao điểm/thấp điểm. Để có thể thực hiện mô hình chính xác hơn, ta có thể có các hướng phát triển:



- Mô hình được đưa ra ở trên dựa vào giả thiết giao thông thuận lợi, ta có thể thêm yếu tố giao thông vào mô hình.
- Trong hai mô hình mở rộng, ta chỉ giảm được chặn trên của một điều kiện. Trong tương lai, có thể tìm cách để cùng lúc tối ưu chặn trên cả hai, và rộng hơn nữa là nhiều chặn hơn nữa.
- Xây dựng thêm các mô hình khác để so sánh với nhau và so với nhu cầu của người sử dụng mô hình để chọn ra mô hình phù hợp nhất. Một số gợi ý: Mô hình User Equilibrium Assignment, System Optimum Assignment, ...
- Có thể thêm mô hình tối ưu dựa theo mật độ, lượng người đi xe buýt theo các khoảng thời gian. Cản trở của mô hình này là hạn chế trong số liệu thống kê lượng người đi xe của Việt Nam (các nước như Úc, Mỹ đã có thống kê về vấn đề này. Trong tương lai, khi Việt Nam có bản thống kê, mô hình này có thể được sử dụng).
- Có những yếu tố trong điều kiện được chọn không tốt do thời gian có hạn. Trong tương lai, có thể phát triển thêm, ví dụ như: chi phí cho vốn đầu tư F , nó có thể chia thành tổng tiền vốn, tiền đầu tư, tiền vay, trừ cho tiền có được từ việc bán vé xe buýt. Hay điều kiện về lượng khách lớn nhất k (điều kiện (2)) là điều kiện với giả thiết k người cùng lên xe, chúng ta có thể thêm vào hệ số để điều chỉnh k vì xe bus có thể nhận khách rồi trả khách.

6 LỜI CẢM ƠN

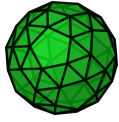
Bài viết này sẽ không thể hoàn thiện nếu không có sự hỗ trợ, góp ý và khuyến khích từ những tổ chức và cá nhân. Chúng tôi xin được bày tỏ lòng biết ơn và tình cảm sâu sắc dành cho họ.

Đầu tiên, xin cảm ơn **Ban Tổ Chức PiMA Summer Camp 2017** đã tổ chức trại, xây dựng dự án, tạo điều kiện cho chúng tôi được học tập và làm việc cùng với những bạn trẻ và anh chị tài năng trong một môi trường học thuật lý tưởng. Đó là những động lực thúc đẩy chúng tôi bắt tay vào dự án này.

Chúng tôi xin gửi lời cảm ơn đến các mentor, những người đã bỏ thời gian, công sức để soạn giáo án, tài liệu và dẫn dắt chúng tôi khai phá những kiến thức mới.

Hơn nữa, chúng tôi còn gửi lời cảm ơn đặc biệt đến những người hướng dẫn (mentors) của chúng tôi - anh **Cần Trần Thành Trung** và chị **Đinh Lâm Kiều Phương** - đã dành ra rất nhiều công sức và thời gian hỗ trợ, góp ý cho chúng tôi trong suốt quá trình nghiên cứu. Sự giúp đỡ của họ đã tiếp thêm sức mạnh và niềm tin cho nhóm chúng tôi, để chúng tôi có thể hoàn thành dự án.

Lời cuối cùng, xin cảm ơn gia đình, bạn bè cùng toàn thể **trại sinh PiMA 2017**, những người đã hợp tác và động viên chúng tôi trong thời gian vừa qua. Quá trình giao lưu, học hỏi từ họ không chỉ giúp chúng tôi hoàn thành dự án, mà còn mang lại cho chúng tôi những trải nghiệm tuyệt vời và những bài học quý giá.



Tài liệu

- [1] Trường Đại học Bách Khoa TPHCM, *Đề tài lựa chọn xe và tính toán và tính toán số lượng xe trên tuyến.*
- [2] Ủy ban nhân dân TPHCM, Sở Giao Thông Vận Tải TPHCM, *Quy hoạch phát triển hệ thống vận tải hành khách công cộng TPHCM đến năm 2025.*
- [3] Trường Đại học Bách Khoa TPHCM, *Đề tài Nghiên cứu khảo sát và đánh giá hiện trạng xe buýt đang sử dụng.*
- [4] *Optimal allocation of vehicles to bus routes using automatically collected data and simulation modelling*, Gabriel E.Sanchez Martínez, Haris N.Koutsopoulos, Nigel H.M. Wilson.
- [5] *Optimizing Bus Schedules to Minimize Waiting Time*, Steven Kornfeld, Wei Ma, Andrew Resnikof.
- [6] *Transportation Wikibook.*
- [7] *Transportation Network Design*, Dr. Tom V. Mathew.

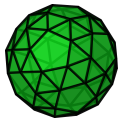
PHỤ LỤC

1. busmap.vn

2. Hàm read_data

```
1 function [nLine, line_len, peak_load, wait_max, nBusType, L, R, capa, cost] = read_data(file)
2     dat = textread(file, '%f');
3
4     nLine = dat(1);
5     dat(1) = [];
6
7     line_len = dat(1:nLine);
8     dat(1:nLine) = [];
9
10    peak_load = dat(1:nLine);
11    dat(1:nLine) = [];
12
13    wait_max = dat(1:nLine);
14    dat(1:nLine) = [];
15
16    nBusType = dat(1);
17    dat(1) = [];
18
19    L = dat(1:nBusType);
20    dat(1:nBusType) = [];
21
22    R = dat(1:nBusType);
23    dat(1:nBusType) = [];
24
25    capa = dat(1:nBusType);
26    dat(1:nBusType) = [];
27
28    cost = dat(1 : nBusType);
29    dat(1:nBusType) = [];
30 end
```

3. Hàm tạo ma trận A, vector b
Điều kiện các biến không âm.



```
18
19
20
21
22 %=====
23 tmp = zeros(nLine*nBusType, nLine*nBusType);
24 for i=1 : nLine * nBusType
25     tmp(i,i) = -1;
26 end
27 A = [A; tmp];
28 b = [b; zeros(nLine * nBusType, 1)];
29 %=====
30
31
32
33
34
35
36
```

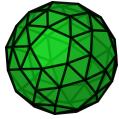
Điều kiện (2) về sức chứa tối đa

```
37
38
39
40 %=====
41 tmp = zeros(nLine, nLine * nBusType);
42
43 for i=1:nLine
44     for j=1:nBusType
45         tmp(i, (i - 1)*nBusType + j) = -capa(j);
46     end
47 end
48 A = [A; tmp];
49 b = [b; -peak_load()];
50 %=====
51
52
53
54
55
```

Điều kiện (4) về độ dài chiếm dụng tối đa

```
62 %=====
63 dist_between = 2;
64 tmp = zeros(nLine, nLine*nBusType);
65
66 for i=1:nLine
67     for j = 1:nBusType
68         tmp(i, (i - 1)*nBusType + j) = (2*L(j) + dist_between);
69     end
70 end
71
72 A = [A ; tmp];
73 b = [b ; 2*line_len];
74 %=====
```

Điều kiện (1) về vốn đầu tư



```
81
82
83 %=====
84 tmp = zeros(1, nLine*nBusType);
85 fund = 100000000;
86
87 for i=1:nLine
88     for j = 1:nBusType
89         tmp(1, (i-1)*nBusType + j) = cost(j);
90     end
91 end
92
93 A = [A;tmp];
94 b = [b;fund];
95 %=====
96
97
98
99
```

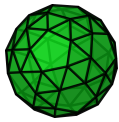
Điều kiện (3) về thời gian chờ tối đa

```
104 %=====
105 tmp = zeros(nLine, nLine*nBusType);
106
107 for i = 1:nLine
108     for j = 1:nBusType
109         tmp(i, (i-1)*nBusType + j) = -1;
110     end
111 end
112 A = [A ; tmp];
113
114 velo = 7;
115 tmp = zeros(nLine, 1);
116 for i = 1:nLine
117     tmp(i) = (2*line_len(i) / (velo * wait_max(i)));
118 end
119 b = [b ; tmp];
120 %=====
```

Tìm nghiệm cho bài toán gốc

```
3 [f, intcon, A, b] = create_ILP_problem('data.txt');
4 x = intlinprog(f, intcon, A, b);
```

Tìm kiếm nhị phân để tìm F nhỏ nhất.



```
15
16
17
18
19 while l + 1 < r
20     mid = (l + r) / 2;
21     b(19) = mid;
22     x = intlinprog(f, intcon, A, b);
23
24     if isempty(x)
25         l = mid + 1;
26     else
27         r = mid - 1;
28         res = mid;
29     end
30 end
31
```

4. Thuật toán nhánh cận (Branch and bound)
5. Thuật toán tìm kiếm nhị phân (Binary search algorithm)